

Ejemplos de solución a problemas de Cinemática de la partícula

Diseño en PDF MSc. Carlos Álvarez Martínez de Santelices, Dpto. Física, Universidad de Camagüey. Carlos.alvarez@reduc.edu.cu

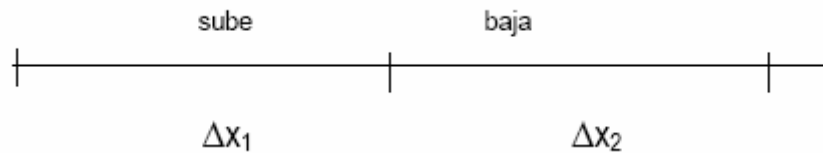
Actividad # C1. Un auto sube una loma a 40 km/h y la baja a 80 km/h. ¿Cuál fue su velocidad media en el recorrido?

Solución.

$$V_1 = 40 \text{ km/h}$$

$$V_2 = 80 \text{ km/h}$$

$$V_m = ?$$



$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2\Delta x_1$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2; \Delta t_1 = \Delta x_1/v_1; \Delta t_2 = \Delta x_2/v_2$$

$$v_m = \Delta x / \Delta t = 53,3 \text{ km/h}$$

Actividad # C2. Dos trenes salen en el mismo instante de las ciudades A y B, separadas 300 km, con rapidez media constante de 60 y 90 km/h respectivamente, uno al encuentro del otro. a) ¿A qué distancia de la ciudad A se cruzan? b) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta ese momento?

Solución.

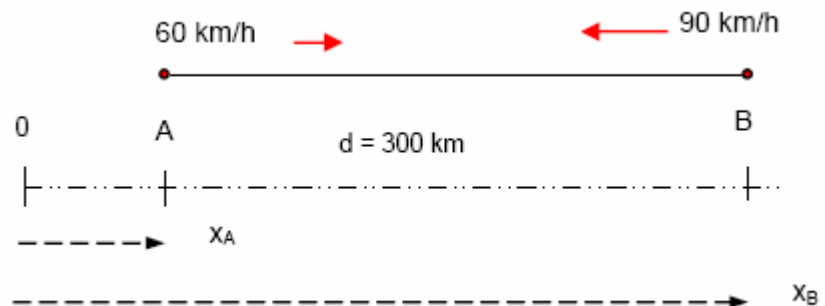
$$d = 300 \text{ km}$$

$$V_A = 60 \text{ km/h}$$

$$V_B = 90 \text{ km/h}$$

$$x_B = ?$$

$$t = ?$$



Escogiendo un sistema de referencia común para ambos móviles

$$x_A = v_A t$$

$$x_B = d - v_B t$$

t es el mismo, porque arrancan en el mismo instante. Cuando se crucen:

$$x_A = x_B$$

$$v_A t = d - v_B t$$

$$t = d / (v_A + v_B) = 300 / 150 = 2 \text{ h}$$

$$x_B = x_A = v_A t = 60 \cdot 2 = 120 \text{ km}$$

Actividad # C3. En el momento que se enciende la luz verde de un semáforo, un auto arranca con aceleración de 6 m/s^2 . En el mismo instante, un camión que iba con rapidez constante de 30 m/s alcanza y rebasa al automóvil. a) ¿A qué distancia del semáforo alcanza el auto al camión? b) ¿Cuál era la velocidad del auto en ese instante? c) Dibuje el gráfico de x vs. t para ambos vehículos.

Datos:

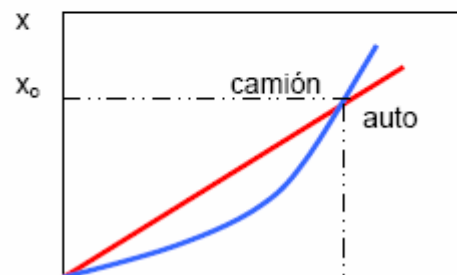
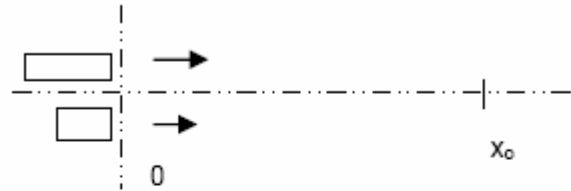
$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

$$v_c = 30 \text{ m/s}$$

$$a_a = 6 \text{ m/s}^2$$

$$x - ?$$

$$v_A - ?$$



Solución.

a)

$$\text{Camión: (MRU)} x_c = v_c t$$

$$\text{Auto: (MRUV)} x_A = \frac{1}{2} a t^2 \quad (v_o = 0)$$

Como el tiempo es el mismo para los dos, cuando el auto alcanza al camión en x_0

$$\begin{aligned} x_A &= x_C \\ \frac{1}{2} a t^2 &= v_c t \end{aligned}$$

Despejando:

$$t = 2v_c/a \text{ es el tiempo que tarda en alcanzarlo.}$$

Sustituyendo en x_c se obtiene la distancia:

$$x_c = x_0 = 2v_c^2/a = 2 \cdot (30)^2 / 6 = 300 \text{ m}$$

$$b) v = at = 2v_c = 2 \cdot 30 = 60 \text{ m/s}$$

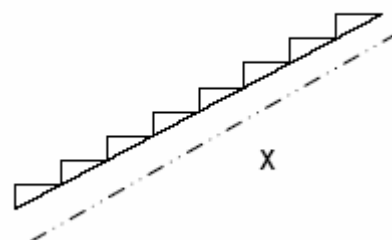
Actividad # C4. Una persona sube por una escalera automática inmóvil en 90 s. Cuando la persona está inmóvil sobre la escalera y ésta se mueve, llega arriba en 60 s. ¿Qué tiempo tarda la persona en subir cuando ella y la escalera están en movimiento?

Datos:

$$t_1 = 60 \text{ s}$$

$$t_2 = 90 \text{ s}$$

$$t - ?$$



Solución.

(El movimiento es a lo largo de una recta)

V_E : velocidad del sistema móvil (escalera) respecto a tierra

v : velocidad de la partícula (persona) respecto a tierra

v' : velocidad de la partícula (persona) respecto al s. móvil (escalera)

$$v' = x / t_1 = x / 60$$

$$V_E = x / t_2 = x / 90$$

Despejando y considerando que los vectores son colineales:

$$v = v' + V_E = x \cdot (1/60 + 1/90)$$

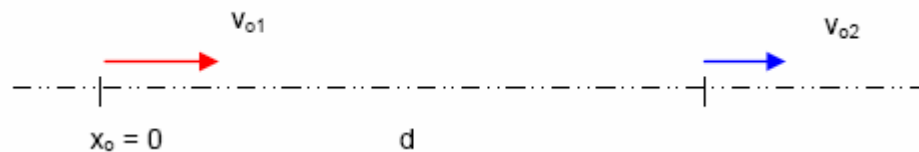
$$t = x / v = 36 \text{ s}$$

Actividad # C5. Un tren que avanza a velocidad v_{01} comienza a frenar con aceleración a para no chocar con otro que avanza delante en el mismo sentido con velocidad $v_{02} < v_{01}$ y que se encuentra a una distancia d del primero. Demuestre que si $d < (v_{01} - v_{02})^2 / 2a$ habrá choque, y no lo habrá en caso de que $d > (v_{01} - v_{02})^2 / 2a$.

Datos:

$$v_{02} < v_{01}$$

distancia d



Solución.

$$x_1 = v_{01}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x_2 = d + v_{02}t$$

Habrà choque si $x_1 \geq x_2$ en algùn momento:

$$v_{01}t + \frac{1}{2}at^2 \geq d + v_{02}t$$

$$t^2 + (2/a)(v_{01} - v_{02})t - 2d/a \geq 0$$

Esta ecuación tendrá solución real sólo si el discriminante $B^2 - 4AC$ es mayor o igual que cero:

$$(4/a^2)(v_{01} - v_{02})^2 - 8d/a \geq 0$$

lo que conduce a:

$$d < (v_{01} - v_{02})^2 / 2a \text{ (condición de choque)}$$

Si $B^2 - 4AC < 0$ se obtiene una raíz imaginaria y no hay solución. No es posible que $x_1 \geq x_2$ y no hay choque. Al sustituir arriba se obtiene

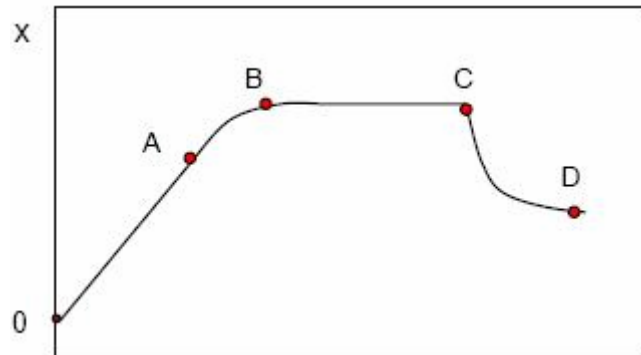
$$d > (v_{01} - v_{02})^2 / 2a \text{ (no hay choque)}$$

Actividad # C6. La gráfica representa el movimiento de una partícula en una recta. a) Diga, para cada intervalo, si la velocidad y la aceleración son positiva (+), negativa (-) o cero. b) Describa el movimiento de la partícula.

Datos:

Movimiento rectilíneo

t



Solución.

Analizando la definición de velocidad y aceleración para el movimiento en una dimensión;

$$v = dx/dt, a = dv/dt$$

	v	a
OA	+	0
AB	+	-
BC	0	0
CD	-	-

b) La partícula, a partir de un impulso inicial a la derecha, se mueve con velocidad constante, comienza a frenar en t_A , hasta que se detiene en el instante t_B y ahí se mantiene hasta el instante t_C . En t_C recibe otro impulso, pero ahora en sentido contrario, y a partir de ese momento comienza a frenar hasta el instante t_D , donde se detiene nuevamente ($dx/dt = 0$ en D).

Actividad # C7

Se necesita diseñar un globo para investigaciones atmosféricas que pueda alcanzar, partiendo del reposo, una altura de $1,0 \cdot 10^3$ m en 10 s en dirección vertical hacia arriba. Calcula la aceleración del movimiento del globo.

Dato:

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta s = 1,0 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$V_0 = 0$$

$$A = ?$$

Solución :

$$v_0 = 0$$

$$\Delta s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\Delta s = \frac{at^2}{2}$$

$$a = \frac{2 \Delta s}{t^2}$$

$$a = (2) \cdot \frac{(1,0 \cdot 10^3)}{10^2}$$

$$a = 20 \text{ m/s}^2$$

Actividad # C8. Un globo asciende con rapidez de 12 m/s y deja caer un bulto cuando se encuentra a la altura de 80 m. ¿Cuánto tarda el bulto en llegar al suelo? (No se toma en cuenta la resistencia del aire. Tome $g = 10 \text{ m/s}^2$).

Datos:

$$v_o = 12 \text{ m/s}$$

$$y_o = 80 \text{ m}$$

$$y = 0$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$t = ?$$

Solución.

Se conocen v_o , y_o , y , g . Se quiere conocer t :

$$y = y_o + v_o t - \frac{1}{2} g t^2 \text{ Sustituyendo } v_o = 12 \text{ m/s}, y_o = 80 \text{ m},$$

$y = 0$, se obtiene una ecuación de segundo grado:

$$5t^2 - 12t - 80 = 0$$

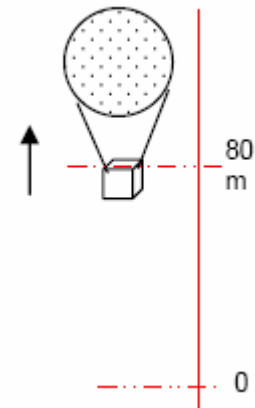
$$= 1,2 \pm 4,18$$

Las dos soluciones de ésta ecuación son: $t_1 = 5,38 \text{ s}$; t_2

$= -2,98 \text{ s}$. La segunda no tiene significado como solución del problema (tiempo negativo), por tanto:

$$t = 5,4 \text{ s.}$$

Ejercicio: resolver el problema cuando el bulto se lanza hacia abajo con la misma rapidez.



Actividad # C9. Desde un puente de 45 m de altura se deja caer una piedra. Otra piedra se arroja verticalmente hacia abajo 1 segundo después. Si ambas piedras llegan al suelo al mismo tiempo, ¿cuál fue la velocidad inicial de la segunda piedra?

Datos:

$$y_o = 45 \text{ m}$$

$$v_{o1} = 0$$

$$t_2 = 0 \text{ cdo } t_1 = 1 \text{ s}$$

Solución.

Como ambas piedras no se lanzan en el mismo instante, existirá una diferencia de un segundo entre los tiempos contados para ambos movimientos. Llamando $t_1 = 0$ al instante en que se lanza la primera piedra, cuando $t_1 = 1$ s entonces $t_2 = 0$. Como la diferencia se mantiene, es posible escribir

$$t_2 = t_1 - 1$$

Calculando lo que tardan en llegar al suelo:

piedra 1: $y_1 = 0$, $y_{o1} = y_{o2} = y_o = 45$, $v_{o1} = 0$

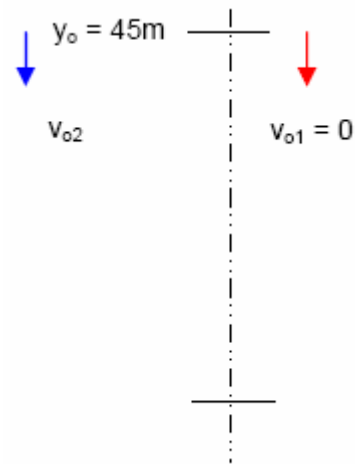
$$0 = y_o - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$t_1 = (2y_o/g)^{1/2} = 3 \text{ s.}$$

piedra 2: $t_2 = t_1 - 1 = 2 \text{ s}$

$$0 = y_{o2} - v_{o2} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$v_{o2} = (y_o/t_2) - \frac{1}{2} g t_2 = (45/2) - (\frac{1}{2}) \times 10 \times 2 = 12,5 \text{ m/s}$$



Actividad # C10. Un cuerpo en caída libre a partir del reposo recorre la mitad de su camino total en el último segundo de su caída. Calcular: a) tiempo de vuelo y b) altura inicial.

Datos:

$$v_{o1} = 0$$

$$y = y_o/2$$

$$t = t_v - 1,$$

$$t_v - \text{¿?}$$

$$y_o - \text{¿?}$$

Solución.

a) Si recorre la mitad en el último segundo, la otra mitad la recorrió en $t = t_v - 1$, donde t_v es el tiempo total. En ese intervalo recorre $y = y_o/2$. Como es a partir del reposo,

$$y_o/2 = y_o - \frac{1}{2} g (t_v - 1)^2$$

$$y_o = g(t_v - 1)^2$$

Tenemos hasta el momento una ecuación y dos incógnitas (t_v , y_o). Hace falta otra ecuación, que se obtiene a partir de que cuando $t = t_v$, $y = 0$:

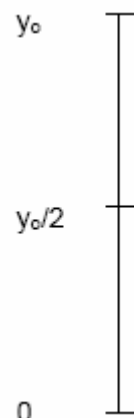
$$0 = y_o - \frac{1}{2} g t_v^2$$

$$y_o = \frac{1}{2} g t_v^2$$

Igualando esta ecuación con la anterior:

$$g(t_v - 1)^2 = \frac{1}{2} g t_v^2$$

$$t_v^2 - 4t_v + 2 = 0$$



Las dos raíces son: $t_1 = 3.41 \text{ s}$; $t_2 = 0.59 \text{ s}$. Esta última no tiene sentido, ya que el tiempo de vuelo debe ser mayor de un minuto necesariamente. Luego

$$t_v = 3.41 \text{ s}$$

$$b) y_o = \frac{1}{2} g t_v^2 = 0,5 \cdot 10 \cdot (3,41)^2 = 5,14 \text{ m}$$

Actividad # C11

Una pelota se lanzó verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. a partir de este fenómeno se confeccionaron 2 gráficos, uno de la velocidad de la pelota en función del tiempo y otro de la aceleración en función del tiempo.

a) ¿Cuáles de los gráficos representados en dicha figura corresponden al fenómeno del lanzamiento de la pelota? Justifica en cada caso el por qué de tu selección.

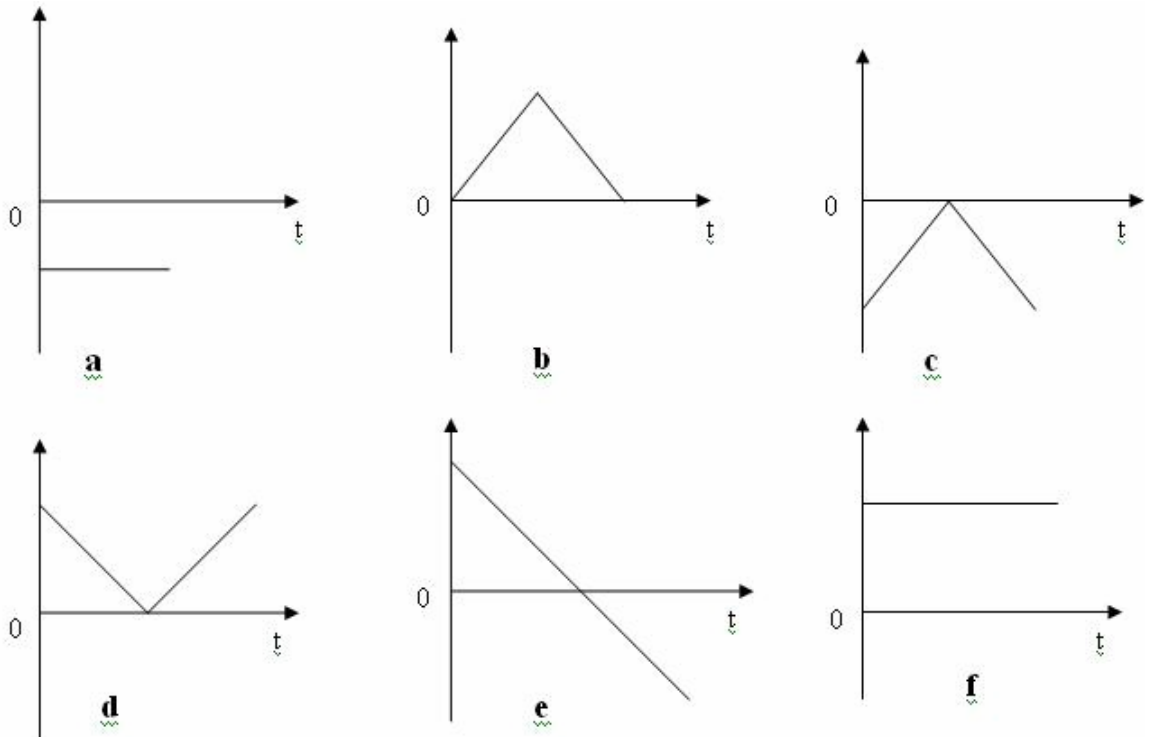
b) Representa en cada uno de los ejes las magnitudes correspondientes, así como, sus valores más significativos.

c) Determine la posición de la pelota 2 s después de lanzada. Comprueba a partir del gráfico, la certeza de este resultado.

Datos:

$$V_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 2 \text{ s}$$



Solución del inciso (a)

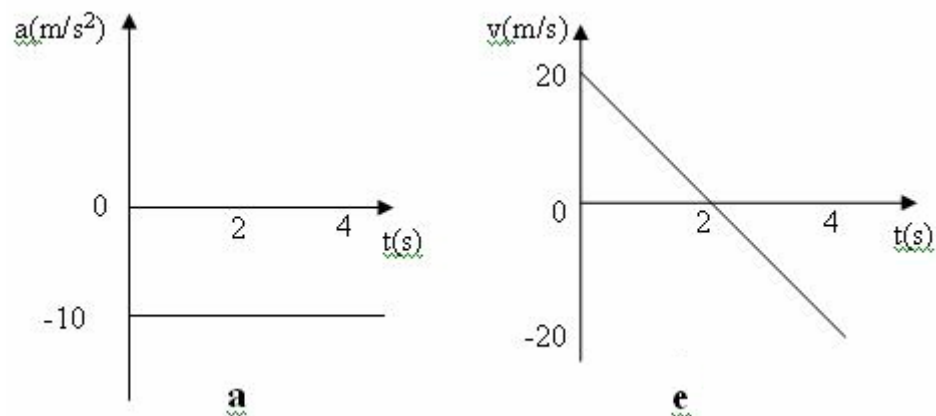
La gráfica que corresponde a la velocidad es la (e).

Justificación: Porque la velocidad disminuye uniformemente a medida que transcurre el tiempo, hasta que se anula y después invierte su sentido, aumentando uniformemente su valor, con aceleración constante (pendiente), hasta que retorna al punto de partida.

La grafica correspondiente a la aceleración es la (a).

Justificación: Porque la aceleración, durante todo el movimiento del cuerpo es constante y de sentido contrario a la velocidad inicial del cuerpo.

Solución del inciso (b)



Cálculos y valores más significativos para señalar en los gráficos.

$$v = v_0 + a\Delta t$$

$$v = 0$$

$$a\Delta t = -v_0$$

$$a = g = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta t = \frac{-20 \frac{m}{s}}{-10 \frac{m}{s^2}}$$

$$\Delta t = 2 \text{ s}$$

$$t_v = 2\Delta t$$

$$t_v = 4 \text{ s}$$

Otra variante para el cálculo del tiempo de vuelo. Cuando transcurre el tiempo t_v la pelota se encuentra de nuevo en el punto $s_y = 0$, desde el que fue lanzada, entonces:

$$s_y = s_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$0 = +v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$-v_0 \Delta t = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$\Delta t = -\frac{2v_0}{a}$$

$$\Delta t = -\left(\frac{2 \cdot 20 \frac{m}{s}}{-10 \frac{m}{s^2}}\right)$$

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$

Solución del inciso c.

$$s_y = s_{0y} + v_{0y} \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2$$

Pero $s_{0y} = 0$

$$s_y = v_{0y} \Delta t + \frac{1}{2} a_y (\Delta t)^2$$

$$s_y = 20 \bullet 2 - \frac{1}{2} \bullet 10 \bullet 2^2$$

$$s_y = 20 \text{ m}$$

Otra variante.

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \Delta s_y$$

$v_y = 0$. y despejando nos queda:

$$\Delta s_y = -\frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$\Delta s = -\frac{20^2}{2(-10)}$$

$$\Delta s = \frac{400}{20}$$

$$\Delta s = 20 \text{ m.}$$