

INCERTIDUMBRE Y ERROR EN LAS MEDICIONES EXPERIMENTALES

Profesor: Iván Torres Álvarez
Física, Nivel Medio



Introducción a Errores

Incertidumbre de los Resultados

Incertidumbre en las Gráficas

❖ ¿A qué llamaremos Error?



Fue un error enamorarse de ella??

❖ ¿A QUÉ LLAMAMOS ERROR A QUÉ LLAMAMOS ERROR EN LAS MEDICIONES FÍSICAS?

Cuantificación de la incertidumbre de una medición experimental respecto al resultado ideal.

***“EL ERROR ES EL COMPAÑERO DE VIAJE
DEL INVESTIGADOR CIENTÍFICO”***

Exactitud y Precisión

EXACTITUD:

Grado de aproximación a la verdad o grado de perfección a la que hay que procurar llegar.

Se denomina **exactitud**

A la capacidad del instrumento de acercarse a la magnitud física real.

Las medidas son exactas si el error sistemático es pequeño.

PRECISIÓN:

Es un indicador de la correspondencia entre un número de mediciones hechas del mismo modo indicado por el error absoluto.

Las medidas son precisas si el error aleatorio es pequeño.



Baja precisión y exactitud



Preciso, pero no exacto



Exacto y preciso

¿CUALES SON LAS CAUSAS DEL ERROR?

Error humano (Personales):

Descuido al hacer las medidas, forma inadecuada de hacerlas, etc.

Limitaciones de los aparatos (Instrumentales):

Pueden ser debidas a estar estropeados, mal calibrados o tener poca precisión.

Influencias ajenas al experimento (Naturales):

Interferencias, variaciones de temperatura, etc.

De acuerdo con el origen de estos errores podemos clasificarlos en:

TIPOS FUNDAMENTALES DE ERROR

CLASES DE ERRORES

ERRORES SISTEMÁTICOS:

- Son los debidos a la presencia de un factor no considerado en el montaje experimental.
- Pueden tener su origen en deficiencias de los aparatos.
- Su existencia es difícil de detectar pero son los más fáciles de corregir.

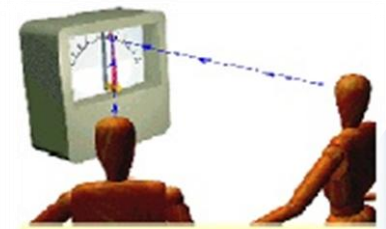


Error de puesta a cero



ERRORES ACCIDENTALES O ALEATORIOS:

- Depende del azar o de causas que no podemos controlar.
- Son aquellos errores que no dependen de la pericia del observador, no se pueden evitar pero se pueden disminuir o procesar aplicado ***“La Teoría de Errores”***



Error de paralaje

TIPOS FUNDAMENTALES DE ERROR

Errores Sistemáticos:

“Los errores sistemáticos NO pueden reducirse repitiendo mediciones”

CLASES DE ERRORES

Errores Aleatorios:

Cuando se quiere corregir los errores aleatorios por medida directa, realizaremos “n” medidas, el resultado obtenido sera $L_1, L_2 \dots L_n$. Por lo que la mejor estimacion del valor verdadero es el **VALOR MEDIO \bar{X}**

$$(\bar{X}) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

Medio Geometrico:

$$X = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$$

Medio Armonico:

$$1/X = (1/X_1) + (1/X_2) + \dots + (1/X_n)$$

“El valor medio, se aproximará tanto mas al valor verdadero de la magnitud cuanto mayor sea el numero de medidas”

Por lo general es suficiente con 10 medidas, en incluso 5 o 4.

ACTIVIDAD

- ❖ DESCRIBA Y DE EJEMPLOS DE ERRORES ALEATORIOS Y SISTEMÁTICOS (5 de cada uno)

ERRORES EN OBSERVACIONES DIRECTAS

Los errores estadísticos o aleatorios pueden ser estimados realizando un cierto número de veces, n , el experimento. A estas medidas repetidas de una cierta magnitud, $x^1, x^2, x^3, \dots, x^n$, las llamaremos datos-

- 1) **VALOR MEDIO** : El mejor valor que podemos entonces ofrecer para la magnitud medida es la media, o valor medio de acuerdo con la expresión bien conocida:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

- 2) **DESVIACIÓN**: Es la diferencia entre el valor medido y el valor verdadero. Como el valor verdadero es imposible de medir, tomaremos como desviación de cada medida la diferencia entre su valor y el valor medio, y la denominaremos desviación estimada.

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

- 3) **DESVIACIÓN ESTÁNDAR**: Para estimar el error cometido en una serie de medidas se puede realizar una media de sus desviaciones. Como éstas se producen al azar para que no se compensen unas con otras lo mejor es promediar sus cuadrados. En estadística se llama desviación estándar a este promedio de desviaciones, de acuerdo con la expresión.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

ERRORES EN OBSERVACIONES DIRECTAS

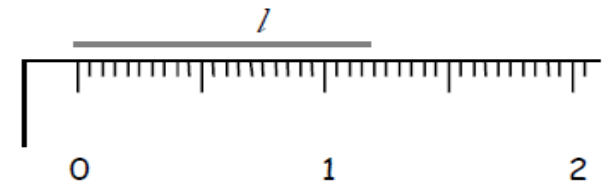
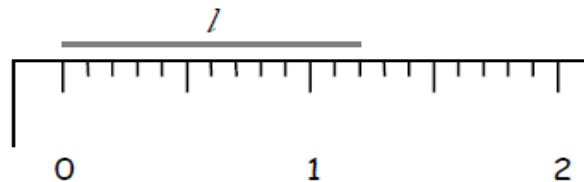
- 4) El cuadrado de la desviación estándar, σ^2 , es **la varianza** y puede también obtenerse a partir de la relación:

$$(\sigma)^2 = \left(\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \right)^2$$

5) PRECISIÓN O INCERTIDUMBRE:

Es la medida más pequeña que podemos realizar con un aparato. Cuando el número de medidas realizadas no sea significativo este valor es la mejor estimación del error cometido.

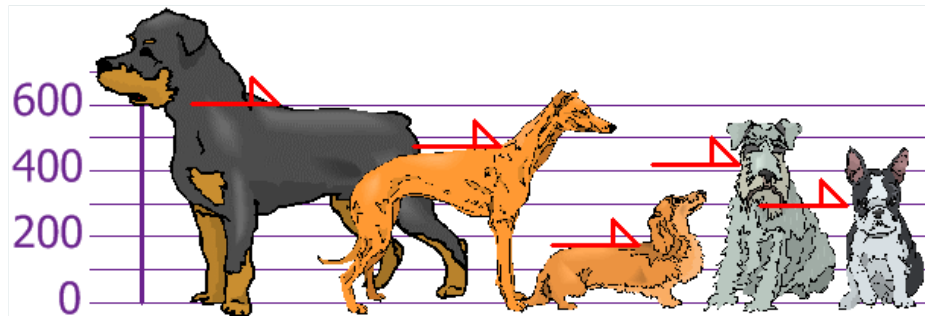
Ejemplo:



- La precisión de la regla de la izquierda es de 1mm. Si realizamos una sola medida de la longitud, l , del segmento escribiremos:
 $l = 1.2\text{cm} \pm 0.1\text{cm} = (1.2 \pm 0.1)\text{cm}$
- Para la regla de la derecha la precisión es de 0.5mm. si realizamos una sola medida del mismo segmento escribiremos: $l = 1.20\text{cm} \pm 0.05\text{cm} = (1.20 \pm 0.05)\text{cm}$

ACTIVIDAD

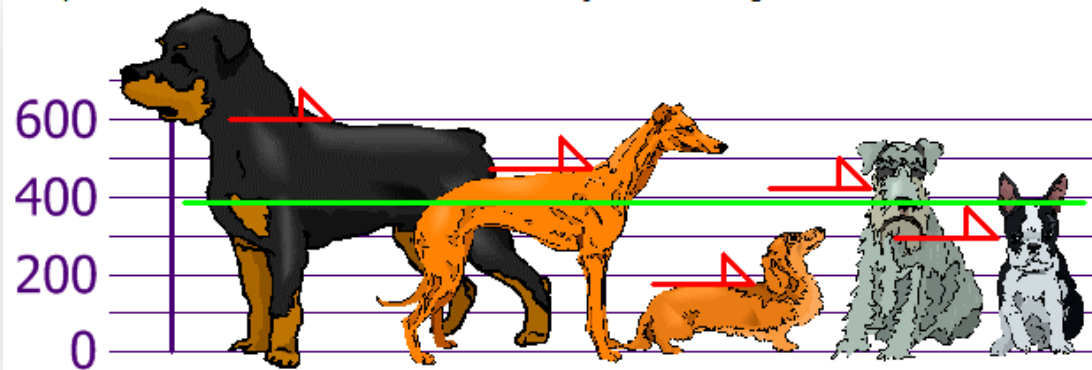
- ❖ Tú y tus amigos han medido las alturas de algunos perros (en milímetros):



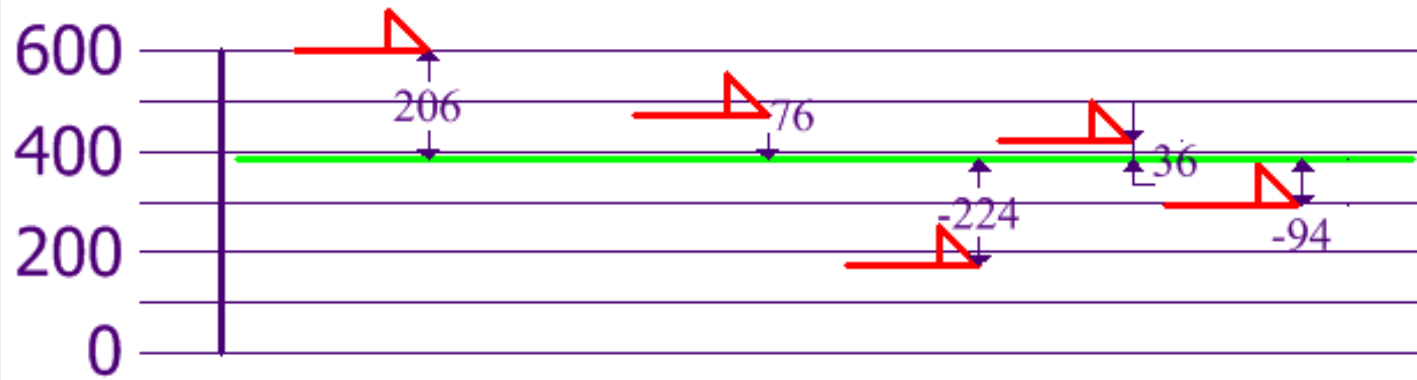
- ❖ Las alturas (de los hombros) son: 600mm, 470mm, 170mm, 430mm y 300mm.
- ❖ Calcula la media, la varianza y la desviación estándar.

$$\text{Media} = \frac{600 + 470 + 170 + 430 + 300}{5} = \frac{1970}{5} = 394$$

así que la altura media es 394 mm. Vamos a dibujar esto en el gráfico:



Ahora calculamos la diferencia de cada altura con la media:



Para calcular la varianza, toma cada diferencia, elévala al cuadrado, y haz la media:

$$\text{Varianza: } \sigma^2 = \frac{206^2 + 76^2 + (-224)^2 + 36^2 + (-94)^2}{5} = \frac{108,520}{5} = 21,704$$

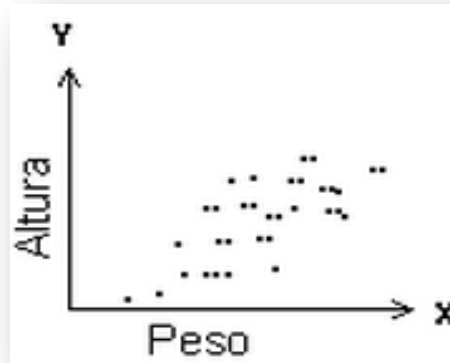
Así que la varianza es 21,704.

Y la desviación estándar es la raíz de la varianza, así que:

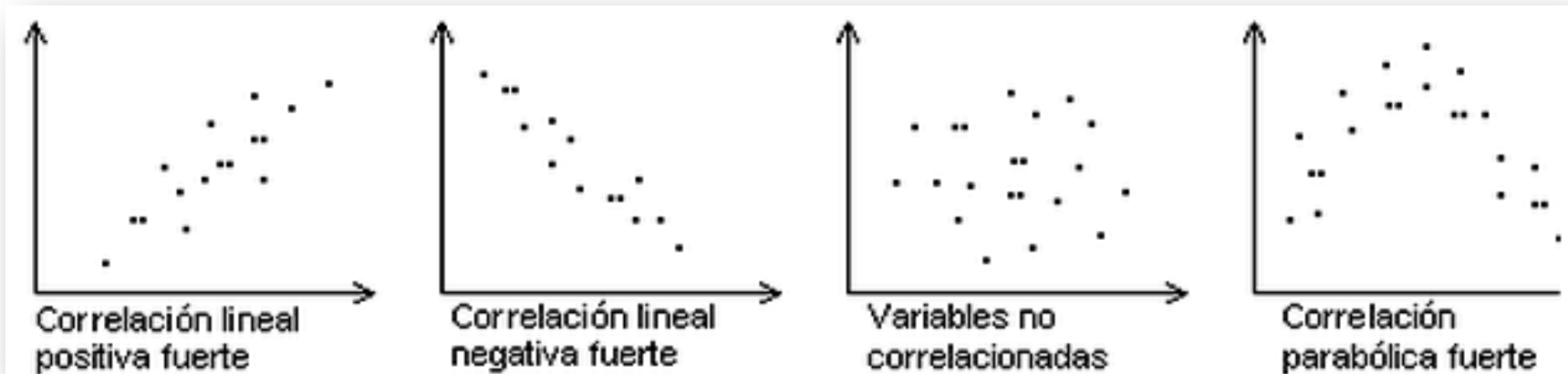
$$\text{Desviación estándar: } \sigma = \sqrt{21,704} = 147$$

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN

Es una medida del grado de asociación lineal entre las variables X e Y. Se representa por r o r^2 :

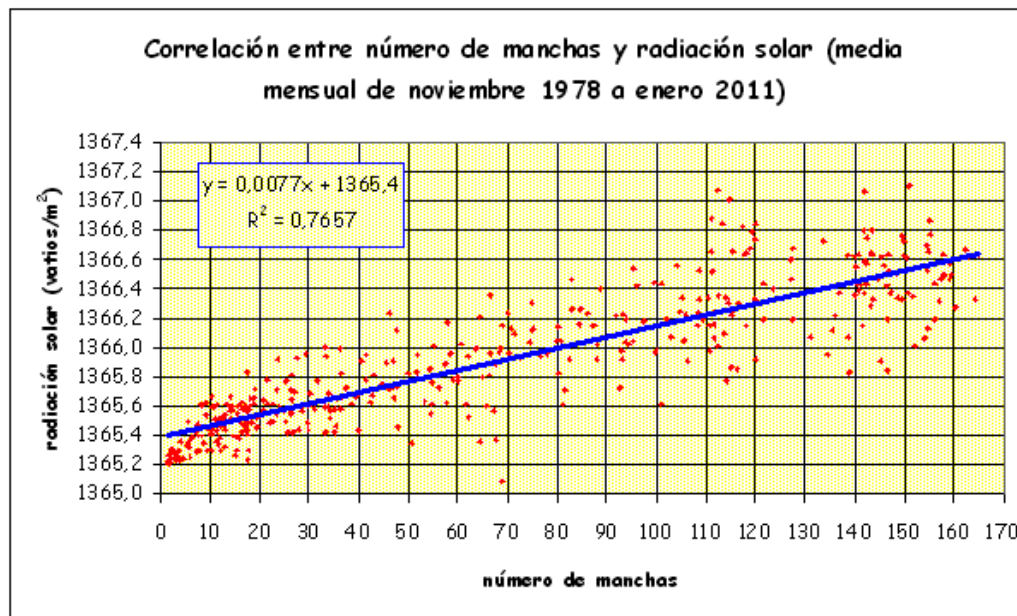
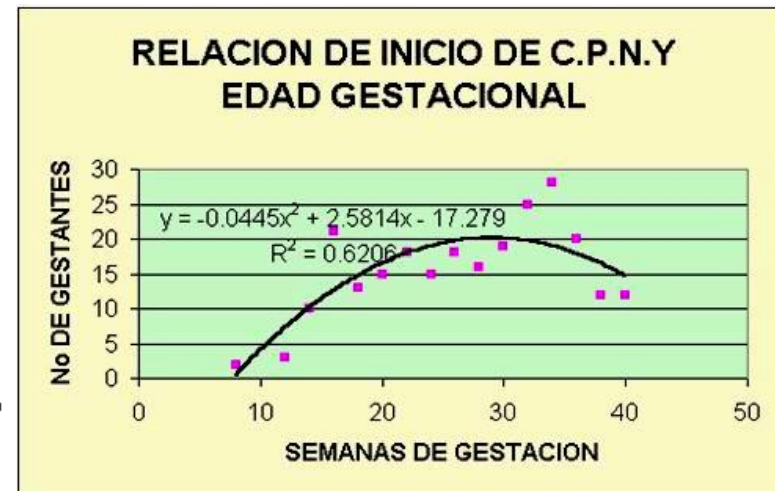
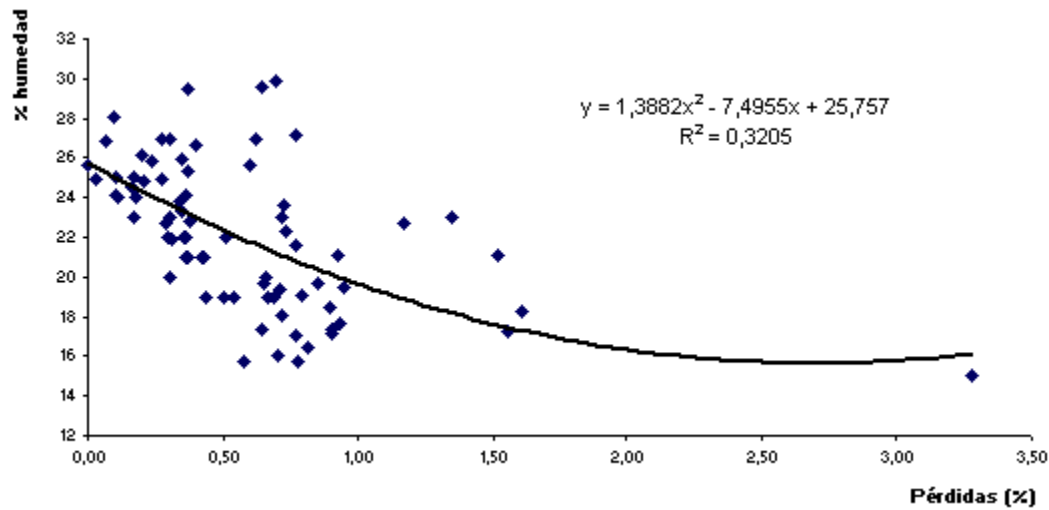


Se usa el término correlación cuando se habla de relaciones entre variables de experimentos bivariantes.



- r está siempre comprendido entre -1 y 1.
- Si $r = 1$ ó $r = -1$ entonces los puntos de la muestra están situados en línea recta (correlación lineal perfecta).
- Si r está próximo a 1 ó a -1, habrá una asociación lineal fuerte entre ambas variables.
- Si r es cercano a 0, habrá una asociación lineal muy débil.

EJEMPLO



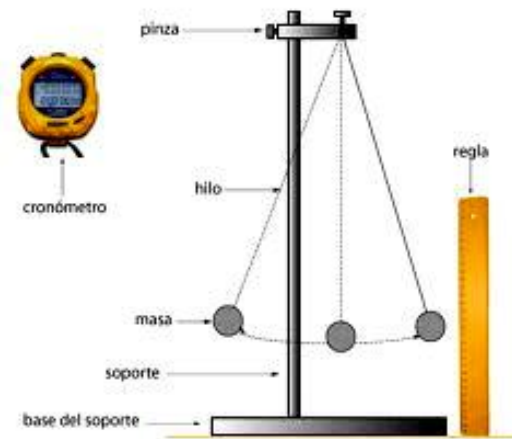
ERRORES EN OBSERVACIONES DIRECTAS

Hasta ahora hemos usado la palabra Incerteza o precisión para no dar la idea de que éstas se deben exclusivamente al experimentador. Por lo que ahora apuntaremos a los que llamaremos Error (Instrumentos o al método de medición)

A) ERROR ABSOLUTO: Tomaremos como valor del error de la medida, la mayor de sus estimaciones, es decir: o la desviación estándar o la precisión (Incerteza) de los instrumentos. ***Son los errores que hemos estado hablando, dependen del instrumento y existen diferentes formas de calcularlos.***

El error absoluto se expresa en las mismas unidades que la magnitud que se está midiendo.

$$x = (\bar{x} \pm \delta x) \text{ unid.}$$



EJEMPLO

Midiendo varias veces la longitud de un segmento con una regla milimetrada, hemos obtenido los siguientes valores:

TABLA 1

	$l_i(\text{mm})$	$D_i(\text{mm})$	$(X_i - \bar{X})^2$
	255	0	0
	253	-2	4
	256	+1	1
	254	-1	1
	257	+2	4
	253	-2	4
	256	+1	1
SUMA	1784	---	15

- ❖ El valor medio será: $l = (1784/7)\text{mm} = 254.86\text{mm}$, y la desviación estándar:
- ❖ Como este valor es mayor que la precisión (Incerteza) del instrumento, lo tomaremos como estimación del error absoluto.
- ❖ Así pues, $l = (255 \pm 1)\text{mm}$ ó $(254.9 \pm 1.5)\text{mm}$

$$\sigma = \sqrt{\frac{15 \text{ mm}^2}{7}} \approx 1.46 \text{ mm}$$

B) ERROR RELATIVO: Se define como el cociente entre el error absoluto estimado y el valor medido. *Es un índice de la **precisión** de la medida.*

- *Es normal que la medida directa o indirecta de una magnitud física con aparatos convencionales tenga un error relativo del orden **del uno por ciento o mayor**.*
- *Errores relativos menores al uno por ciento son posibles, pero **NO** son normales en un laboratorio de estudiantes.*

- *El error relativo se calcula:*
$$\varepsilon = \frac{\delta x}{\bar{x}}$$

C) ERROR PORCENTUAL: Conocer el error porcentual que afecta a una medida, resulta de gran conveniencia y utilidad práctica. El error porcentual se calcula:

$$\varepsilon = \frac{\delta x}{\bar{x}} \times 100$$

Y se escribe en la forma:

$$x = \bar{x} \pm \varepsilon (\%).$$

EJEMPLO

- ❖ En el caso de la longitud medida (Tabla 1), asumíamos los siguientes valores:

Valor medio = 255mm, y desviación estándar = 1.46mm

$$\text{Así pues, el error relativo} = \frac{1.46 \text{ mm}}{255 \text{ mm}} \times 100 = 0.6 \%$$

De modo que tendremos, $l = 255\text{mm} \pm 0.6\%$

NORMAS PARA ESCRIBIR LOS DATOS EXPERIMENTALES

- Definiremos cifras exactas como aquellas que no están afectadas por el error.

Ejemplo: $R = (101 \pm 2)\Omega$ (Cifras exactas 101, Primera cifra afectada 101)

“Cuando sólo tenemos una medida de un valor procederemos de forma análoga al apartado anterior, pero tomando como valor medio el valor medido y como error absoluto estimado la precisión del aparato.”

- Ejemplo:

A) Medida de la capacidad con un Q-metro.

Valor medido = 504nF, Precisión de la medida en la escala de nF = 1nF

$$C = (504 \pm 1)\text{nF}$$

B) Medida de una resistencia con un óhmetro.

Valor medido = 10.3k Ω , Precisión de la medida en la escala de k Ω = 0.1k Ω

$$R = (10.3 \pm 0.1)\text{k}\Omega$$

- Cuando en nuestra medida hallamos obtenido más cifras a la derecha de la primera cifra afectada de error, deberemos redondear estas cifras a la primera afectada de error.

➤ EJEMPLO:

MAL ESCRITA	BIEN ESCRITA
1.28 ± 0.1	1.3 ± 0.1
1.82 ± 0.1	1.8 ± 0.1
$2.43 \pm 10\% (= 2.43 \pm 0.2)$	$2.4 \pm 10\% (= 2.4 \pm 0.2)$
25432 ± 408	$(2.54 \pm 0.04) 10^4$
0.00358 ± 0.00023	$(3.6 \pm 0.2) 10^{-3}$ ó 0.0036 ± 0.0002

- Cuando dos cantidades tienen el mismo número de cifras significativas y sólo tienen ceros a la izquierda, tienen la misma precisión (Incerteza).

0.00082	→	8.2×10^{-4}	
0.82	→	8.2×10^{-1}	
82	→	8.2×10^1	→ Tienen la misma precisión

- Sin embargo, los ceros a la derecha tienen valor significativo en cuanto al error, puesto que indican que conocemos el valor de esa cifra y que es cero.

82	→	8.2×10^1	(2 cifras significativas)	
820	→	8.20×10^2	(3 cifras significativas)	
0.0820	→	8.20×10^{-2}	(3 cifras significativas)	→ Así pues tienen diferente precisión.

ACTIVIDAD: Análisis de los errores en la medición

Cada integrante del equipo deberá medir la longitud que le indicara el profesor con la cinta métrica metálica y registrara sus resultados en la siguiente tabla.

	Medidas	Desviación	Error relativo	Error Porcentual
Patricio	2,91 cm	0.01	0,8	80
Iñaki	2,90 cm	0	0	0
Rodrigo	2,92 cm	0,02	0,4	40
Nicolas	2,91 cm	0,01	0,8	80
Luciano	2,90 cm	0	0	0
MEDIA	2.90 cm	0.008 cm		

- 1.- Calcule la media aritmética de las mediciones y regístrelo en la tabla de valores.
- 2.- Calcule el error absoluto y regístrelo en la tabla de datos.
- 3.- Calcule la desviación media con los datos de las desviaciones absolutas y regístrelo en su tabla de valores.
- 4.- Calcule el error relativo y anótelo en la tabla.
- 5.- Calcule el error porcentual y anótelo en la tabla.

Análisis:

Explique como presentaría el resultado final de su medición

ERRORES EN OBSERVACIONES INDIRECTAS

(Incertidumbre de los Resultados)

Definición: Aquella magnitud que se obtenga a partir de una o varias medidas directas aplicando las correspondientes operaciones matemáticas.

➤ SUMA Y DIFERENCIA

Cuando sumemos o restemos dos cantidades medidas, deberemos considerar el error absoluto estimado del resultado como la suma de los errores absolutos estimados de cada medida.

$$A = (5.2 \pm 0.2) + (3.8 \pm 0.1) = (9.0 \pm 0.3)$$

$$B = (5.3 \pm 0.1) - (3.3 \pm 0.2) = (2.0 \pm 0.3)$$

➤ PRODUCTO Y COCIENTE

Para las operaciones producto y cociente el error relativo será la suma de los errores relativos de las variables.

$$\frac{\delta x}{\bar{x}} + \frac{\delta x}{\bar{x}}$$

EJEMPLO

Supongamos que los valores medidos de intensidad (I) y de tensión (V) en un circuito, son los siguientes:

$$I = (3.8 \pm 0.1) 10^{-3} \text{A}$$

$$V = (5.2 \pm 0.4) \text{V}$$

y queremos calcular la potencia (P) y la resistencia (R), que vienen dadas por:

$$P = V \cdot I, \quad R = \frac{V}{I}$$

A) Potencia:

$$P = IV, \text{ de modo que } \delta P = I \delta V + V \delta I$$

$$\text{Si dividimos por } P = I V, \text{ tendremos: } \frac{\delta P}{P} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta I}{I}$$

En este caso particular,

$$\frac{\delta P}{P} = \left(\frac{0.4 \text{ V}}{5.2 \text{ V}} + \frac{0.1 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{3.8 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \right) \times 100 = (0.08 + 0.03) \times 100 = 11\%$$

$$\text{Así pues, } P = (20 \pm 11\%) \text{mW} = (20 \pm 2) \text{mW}$$

EJEMPLO

B) Resistencia:

$$R = \frac{V}{I}, \text{ lo que implica, } \frac{\delta R}{R} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta I}{I}$$

Como ya hemos dicho, el error es aleatorio y puede tener cualquier signo, así que debemos considerarlo aditivo:

En este caso, puesto que sumamos los errores relativos de I y de V, tendremos el mismo error relativo de antes.

$$R = (1.37 \pm 11\%)k\Omega = (1.37 \pm 0.15)k\Omega$$

ACTIVIDAD (+0,2)

Completar los siguientes cuadros de datos con las observaciones indirectas que corresponden:

	$X = X_0 \pm X$	$X = X_0 \pm l_r$
LONGITUD	$L = 22 \text{ cm.} \pm 1/20 \text{ cm.}$	$L = 22 \text{ cm.} \pm 2,3 \times 10^{-3}$
MASA	$m = 42,3 \text{ g} \pm 1/20 \text{ g}$	$m = 42,3 \text{ g} \pm 1,2 \times 10^{-3}$
TIEMPO	$t =$	$t =$
VOLUMEN	$V = 65 \text{ ml} \pm 0,5 \text{ ml}$	$V = 65 \text{ ml} \pm 7,7 \times 10^{-3}$

velocidad		
Densidad		

Medida	$V \pm \Delta V \text{ (V)}$	$I \pm \Delta I \text{ (A)}$	$R \pm \Delta R (\Omega)$	$P \pm \Delta P \text{ (W)}$
1	50 ± 5	0.40 ± 0.02		
2	60 ± 5	0.44 ± 0.02		
3	70 ± 5	0.48 ± 0.02		
4	80 ± 5	0.52 ± 0.02		
5	90 ± 5	0.56 ± 0.02		
6	100 ± 5	0.58 ± 0.02		
7	110 ± 5	0.62 ± 0.02		
8	120 ± 5	0.64 ± 0.02		
9	130 ± 5	0.66 ± 0.02		

Incertidumbre en Gráficos Lineales

los datos
provenientes
de un experimento
tienen
incertidumbres
asociadas

Nº1

La gráfica de esos
datos
experimentales,
tendra una
Incertidumbre
Asociada.

Nº2

La recta
Que mejor
Representa
Esa gráfica, tambien
Tiene una
incertidumbre
Asociada.

Nº3

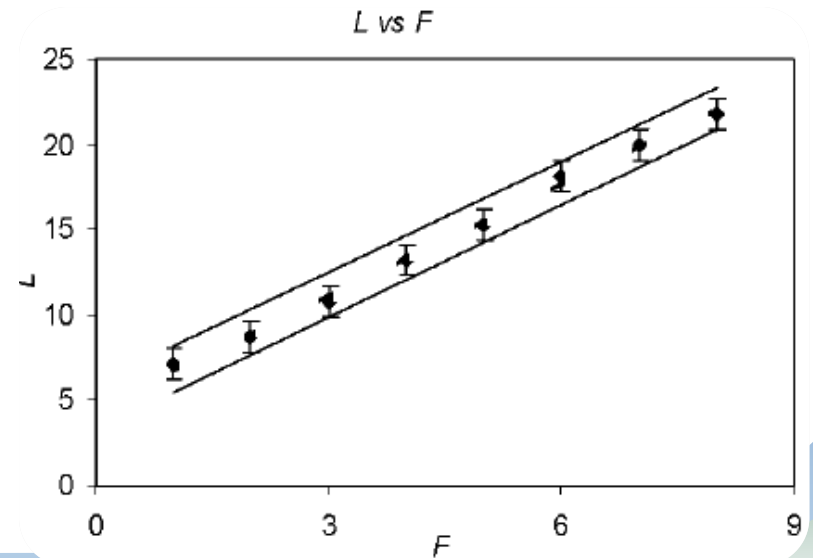
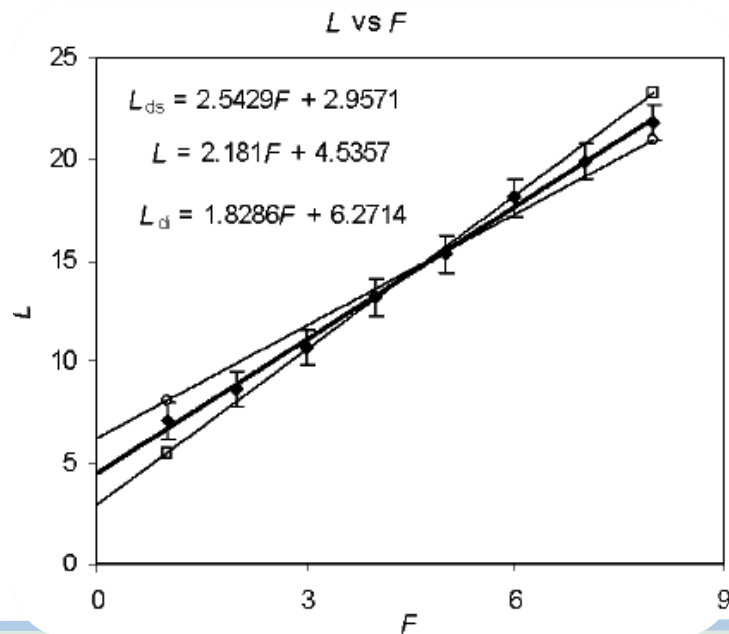
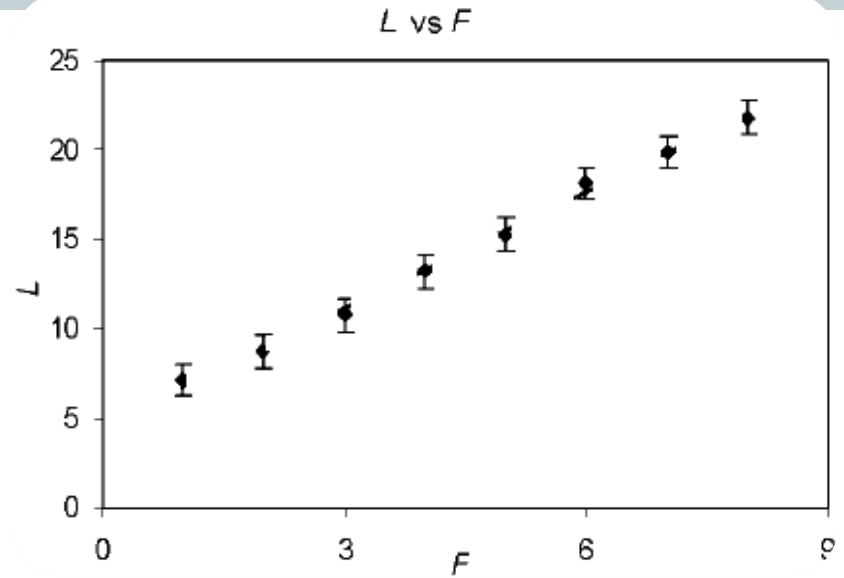
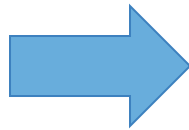
Por lo tanto,
La ecuación
Representativa
Tambien posee
incertidumbre

Nº4

$$y = mx + b$$

EJEMPLO

F	$L \pm 0.9$
1	7.1
2	8.7
3	10.7
4	13.2
5	15.3
6	18.1
7	19.9
8	21.8



Procedimiento Matemático

- Tenemos valores de la mejor recta:

$$m_{\max}, m_{\min}, b_{\max}, b_{\min}$$

- Estos valores y los de la mejor recta ajustada visualmente son tales que

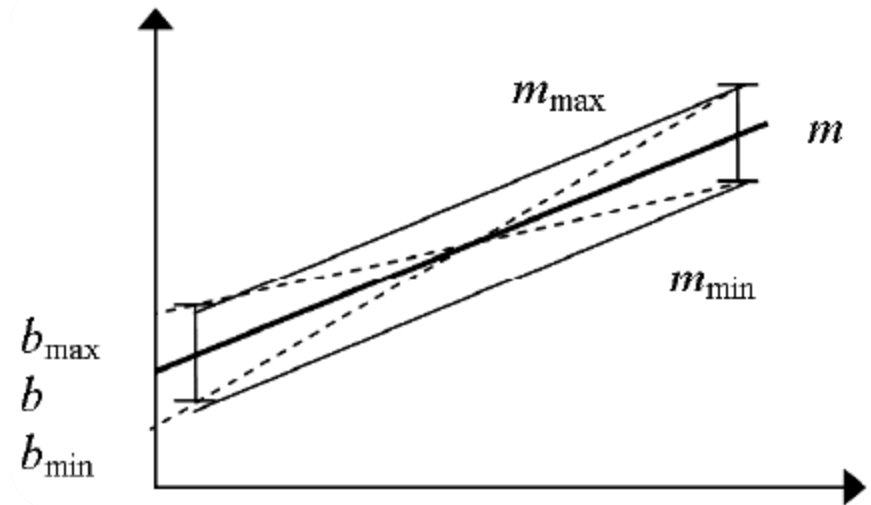
$$m_{\min} < m < m_{\max} \quad \text{y} \quad b_{\min} < b < b_{\max}$$

- Un criterio plausible para asignar las incertidumbres a la pendiente y a la ordenada al origen, respectivamente, es

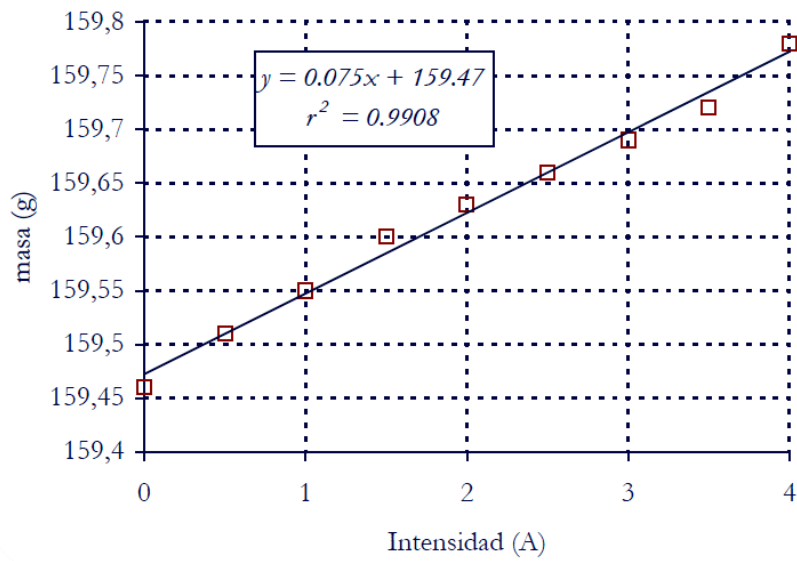
$$\Delta m = \frac{m_{\max} - m_{\min}}{2}$$
$$\Delta b = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{2}$$

- Estas incertidumbres pueden incorporarse en la fórmula de la recta como

$$y = (m \pm \Delta m)x + (b \pm \Delta b)$$



Fuerza sobre una corriente



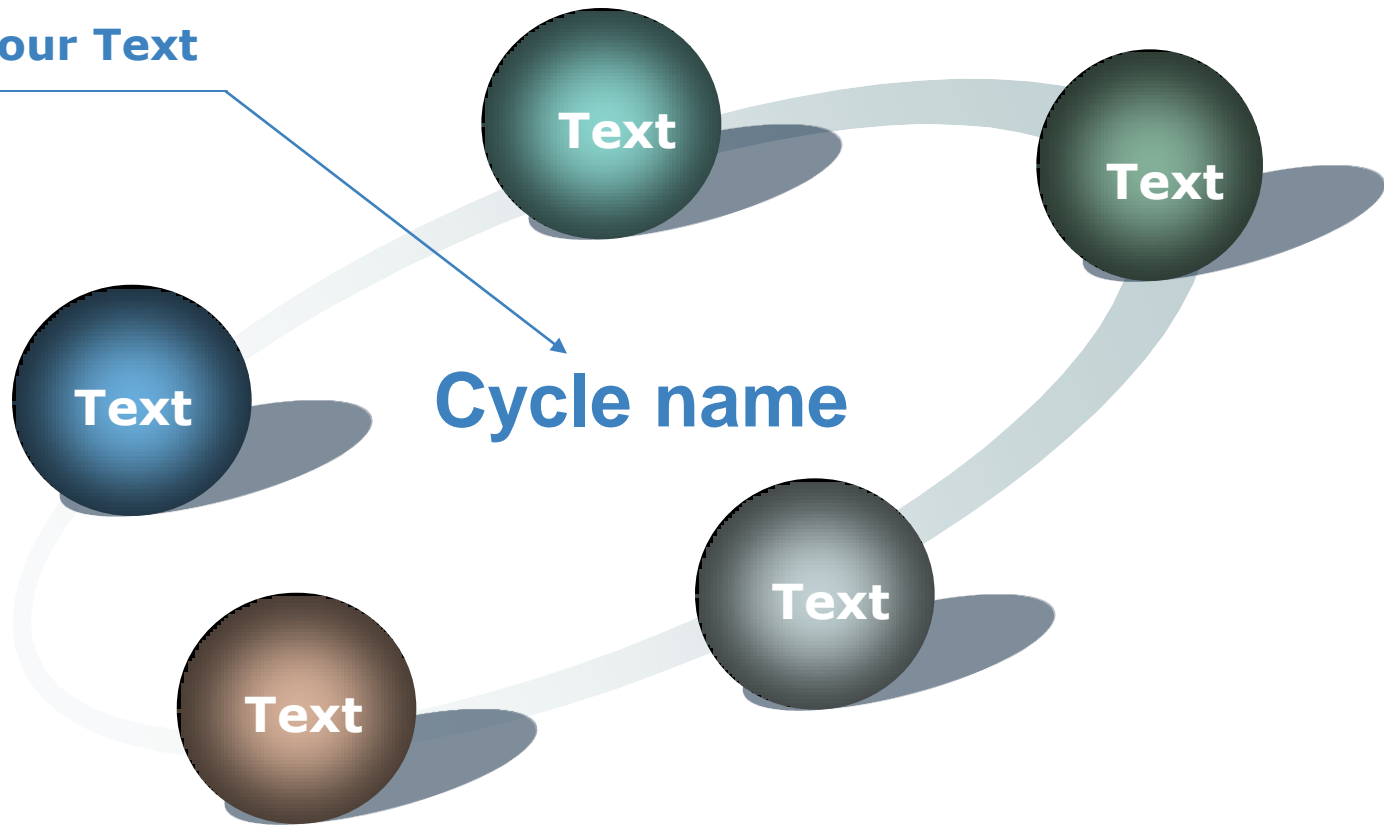
ACTIVIDAD (+0,1)

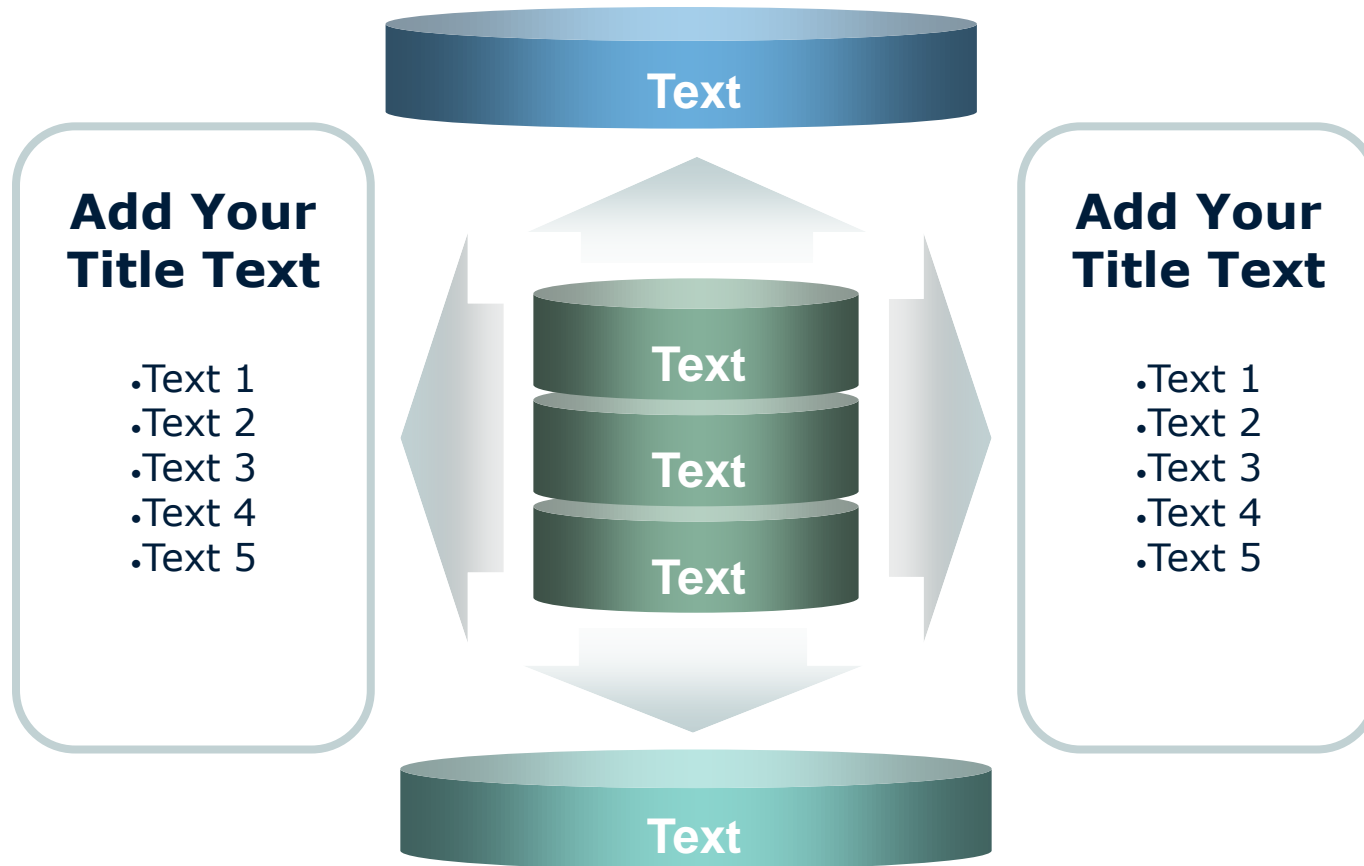
❖ Graficar los datos de la siguiente tabla, y encontrar la ecuación más representativa, así como la incertidumbre de ésta.

CARGA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
DEFLEXIÓN $\pm 0,3$	1,6	3,5	4,5	6,4	8,6	9,6	10,6	12,4	13,4	15,6	16,4	18,2

Cycle Diagram

Add Your Text





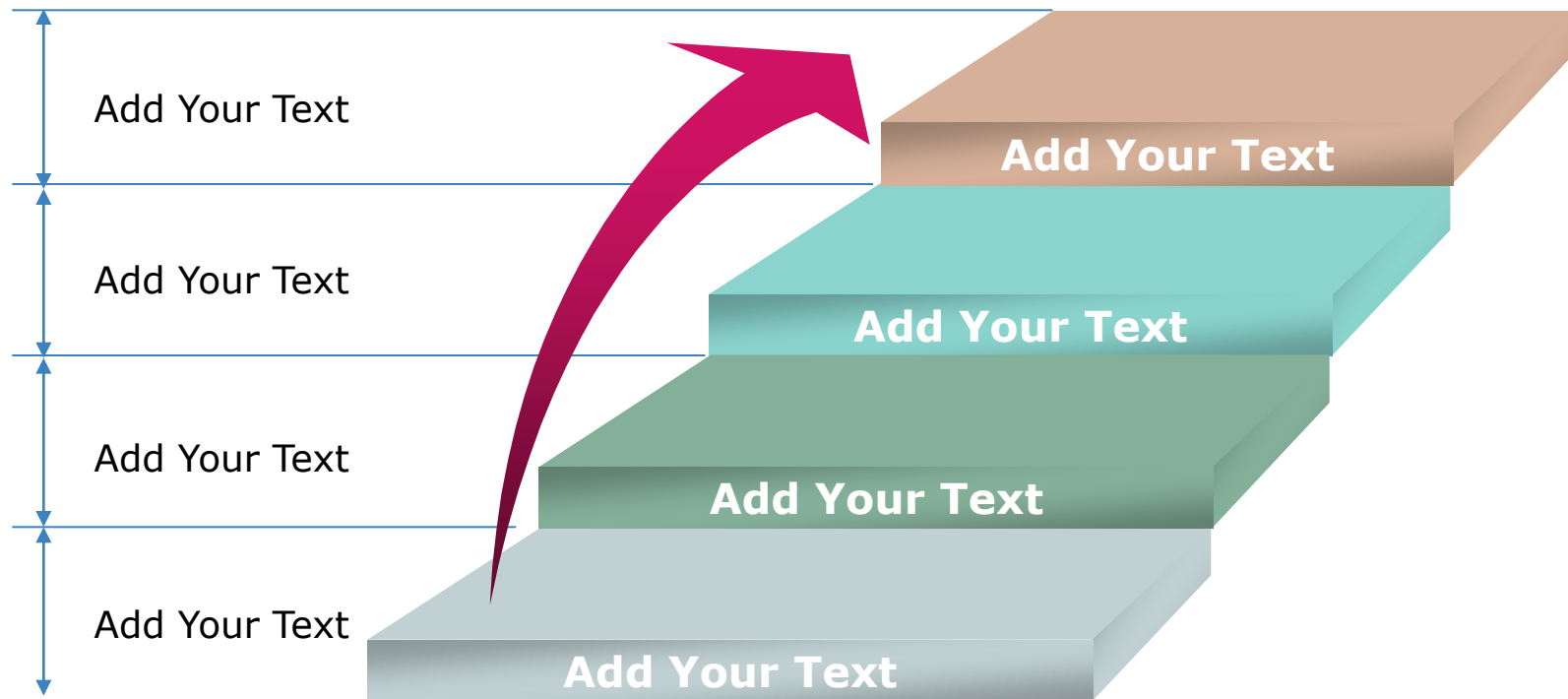
Add your Title

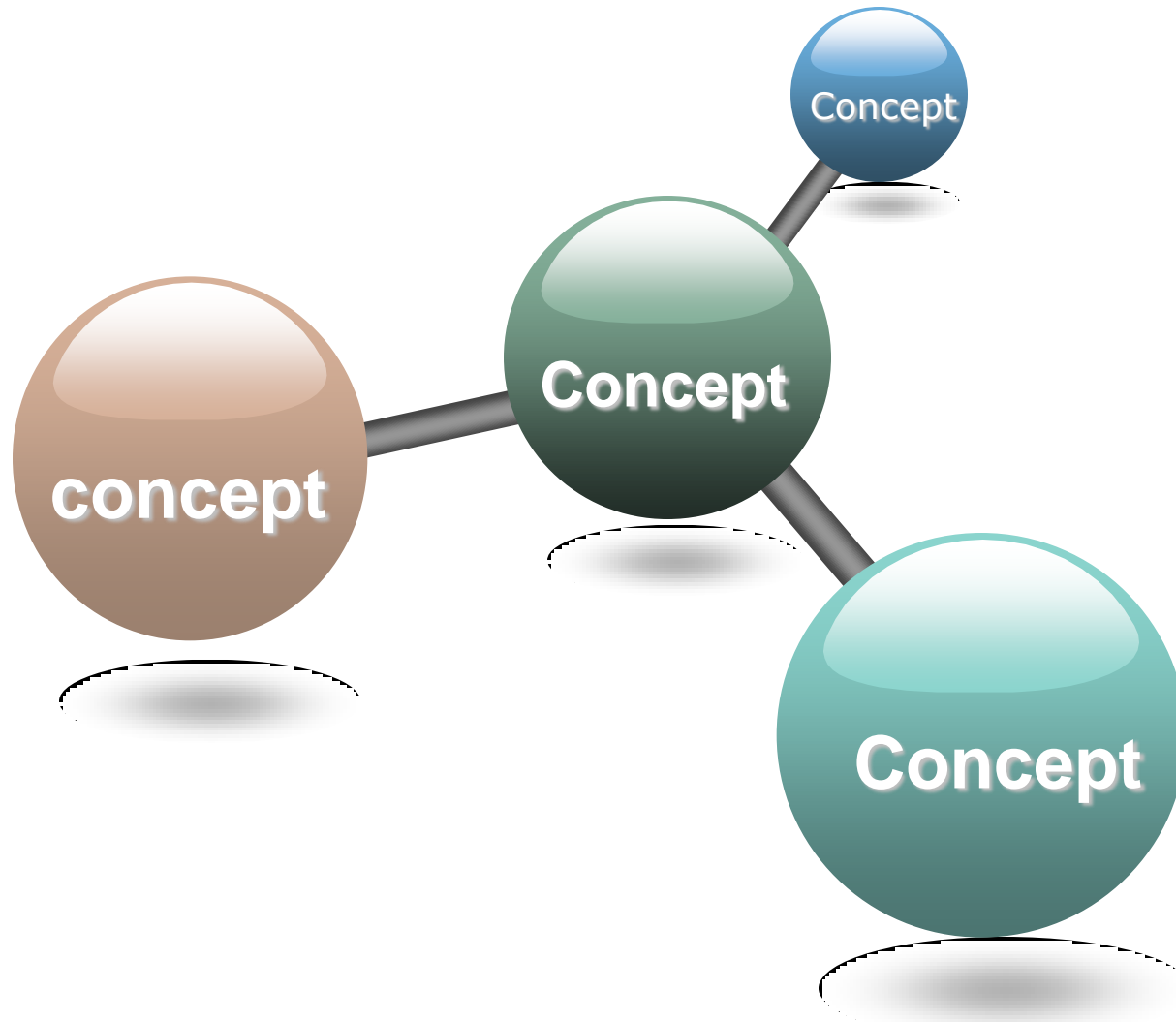
Add Your Text

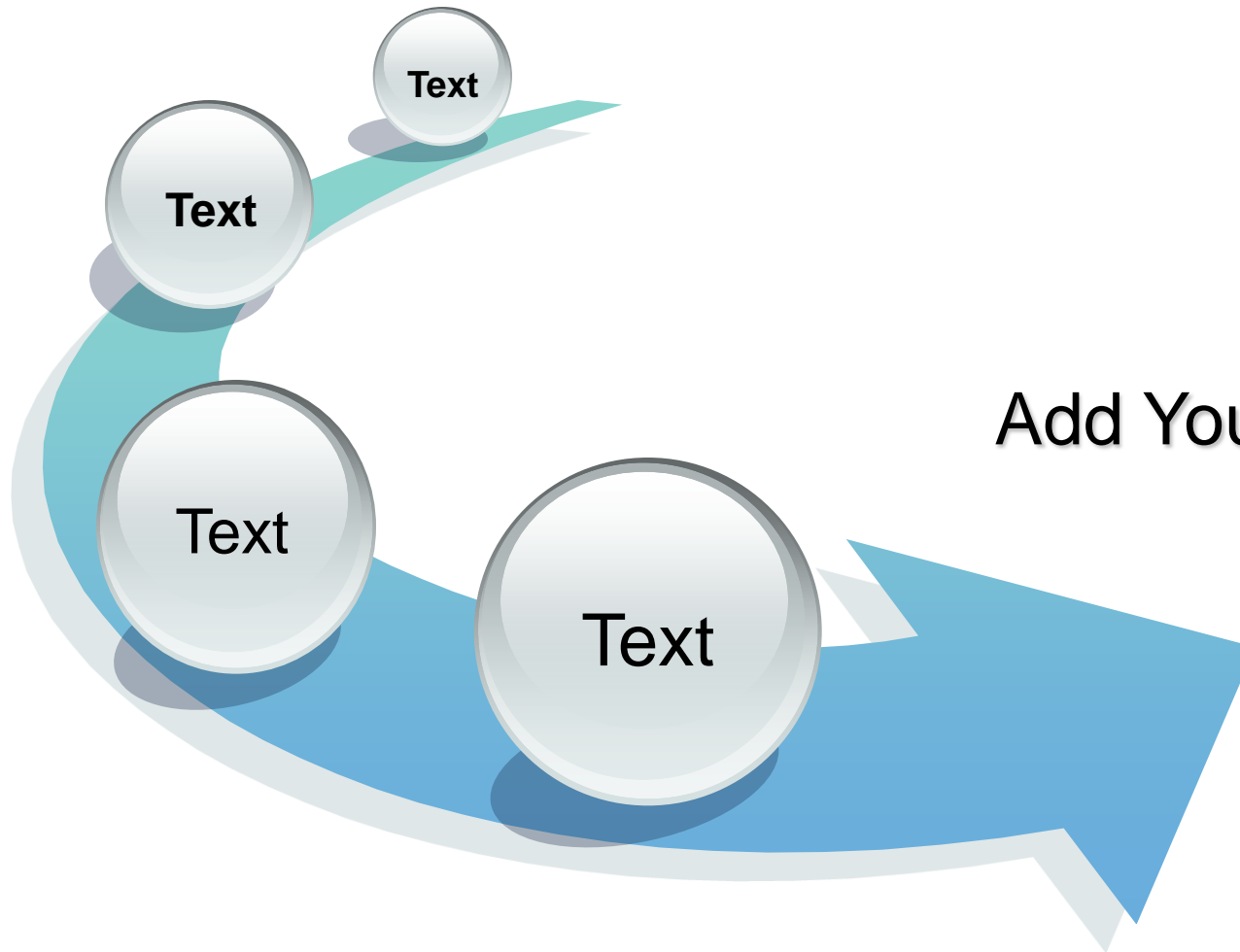
Text in here

Text in here

Text in here

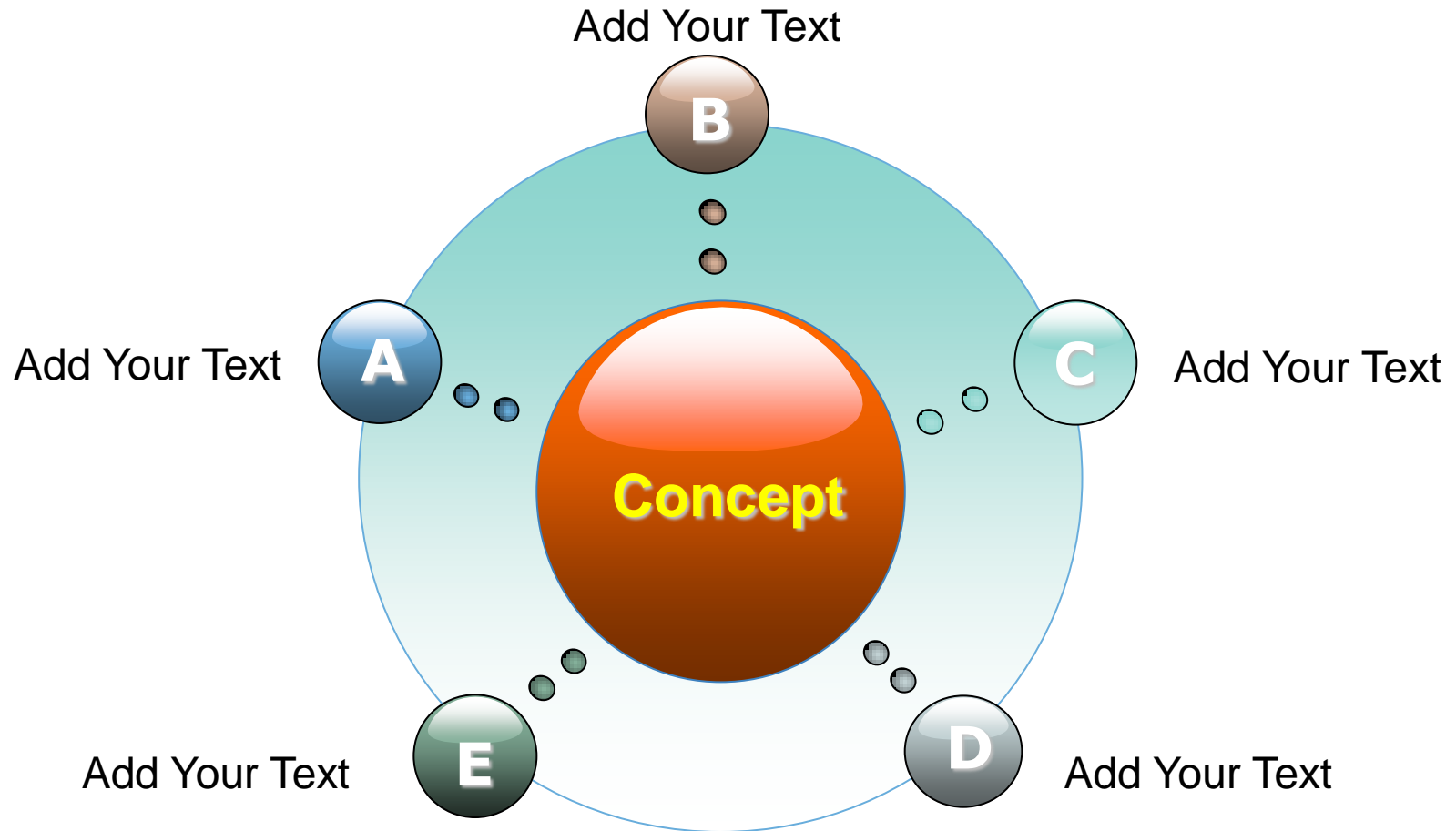






Add Your Title

Cycle Diagram



1

ThemeGallery is a
Design Digital
Content & Contents
mall developed by
Guild Design Inc.

2

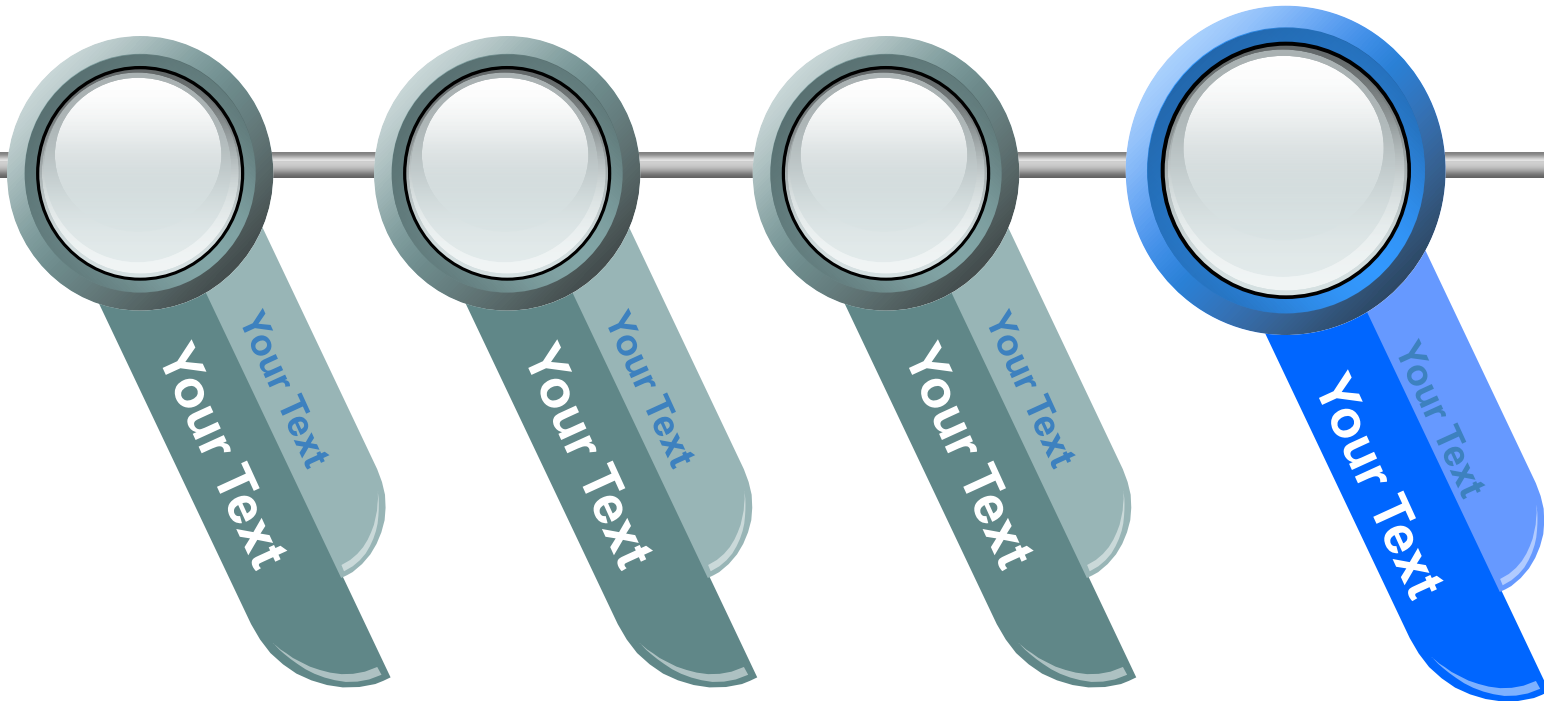
ThemeGallery is a
Design Digital
Content & Contents
mall developed by
Guild Design Inc.

3

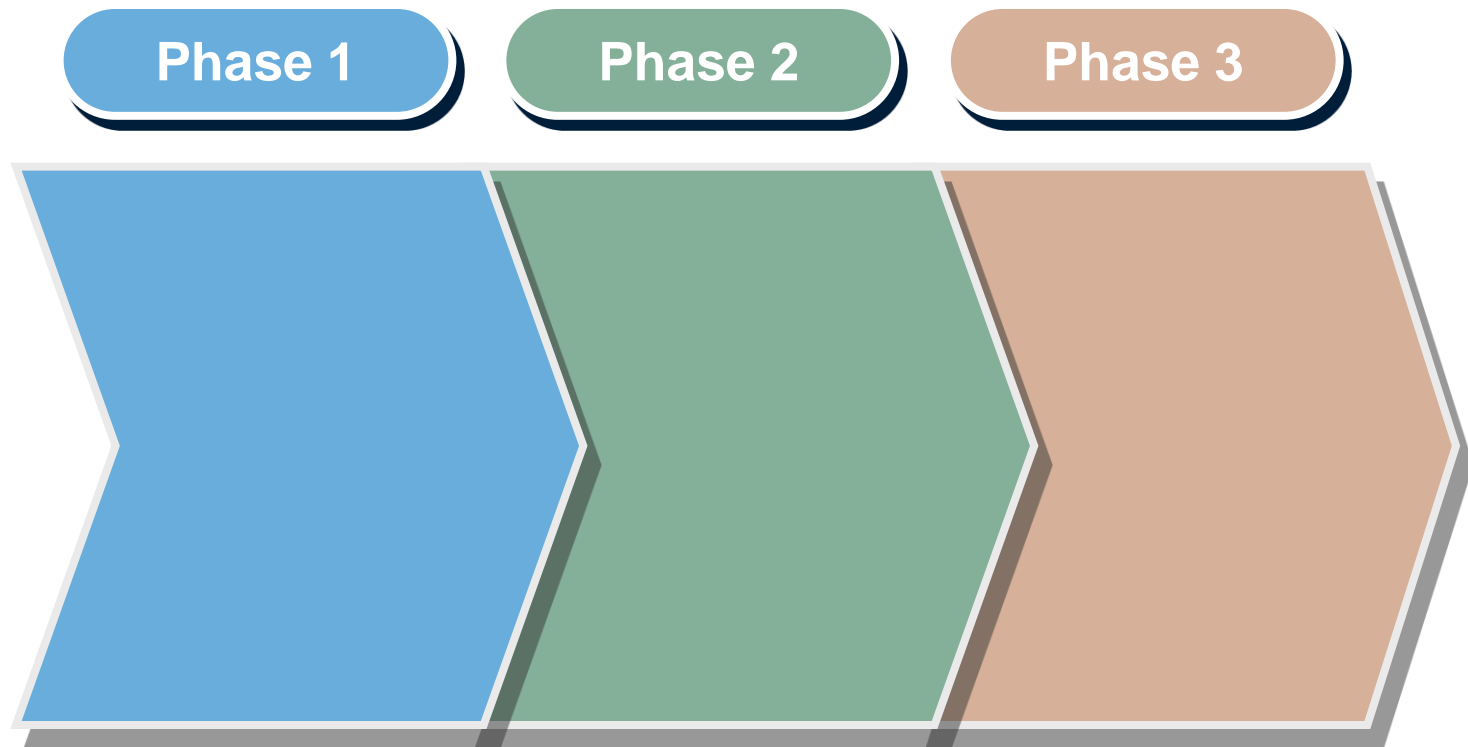
ThemeGallery is a
Design Digital
Content & Contents
mall developed by
Guild Design Inc.

Diagram

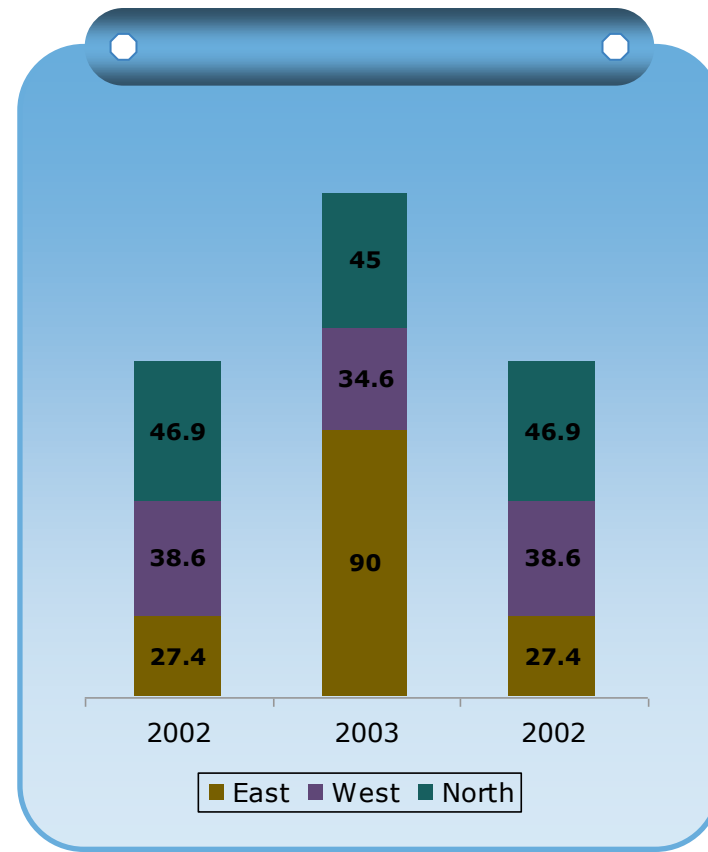
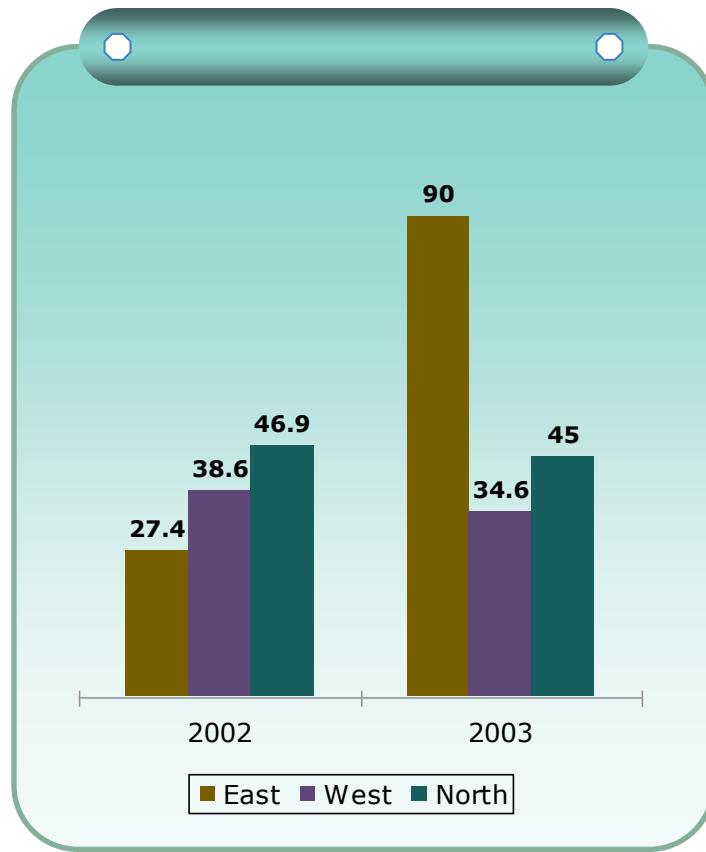
2001 → 2002 → 2003 → **2004**



Progress Diagram



Marketing Diagram



Thank You!

www.themegallery.com

LOGO